

**Examen de Recherche Opérationnelle**  
**Filière : SMI-5**  
 Durée : 2h - Documents non autorisés

**Important :**

- Lire tout l'énoncé de l'examen avant de commencer à répondre.
- N'oubliez pas d'écrire votre CNE, Nom & Prénom et N° d'Examen sur la page N°3.
- L'ordre de difficulté des exercices n'est pas nécessairement croissant.
- Le prêt de tout matériel entre étudiants est formellement interdit.
- Rendre la feuille (pages 3/4 et 4/4) avec votre feuille de réponse

**Exercice 1:** [11 points][~ 70 minutes]

Soit la fonction objectif  $f(x,y,z,w)$  suivante :

$$f(x,y,z,w) = 12x + 16y + 15z + 20w$$

Sous contraintes :

- $x - y + 2w \leq 30$
- $6y + 5z - w \leq 120$
- $5y + z \leq 15$
- $3x + 2y + w \leq 80$
- $x, y, z, w \geq 0$

1. En utilisant l'algorithme de simplexe, maximiser la fonction objectif  $f(x,y,z,w)$  en précisant à chaque itération de l'algorithme la valeur de la fonction objectif ainsi que les coordonnées relatives.
2. En considérant le programme linéaire traité dans la question 1 comme programme primal, écrivez le programme dual correspondant.

**Exercice 2:** [3 points][~ 20 minutes]

- Dans le graphe orienté  $GR = (X, U)$  valué par des longueurs positives, utiliser l'algorithme de Dijkstra pour déterminer le plus court chemin depuis le sommet A jusqu'au sommet H. Utiliser la notation adoptée dans le cours (voir tableau ci-dessous).
- En déduire le chemin optimal.

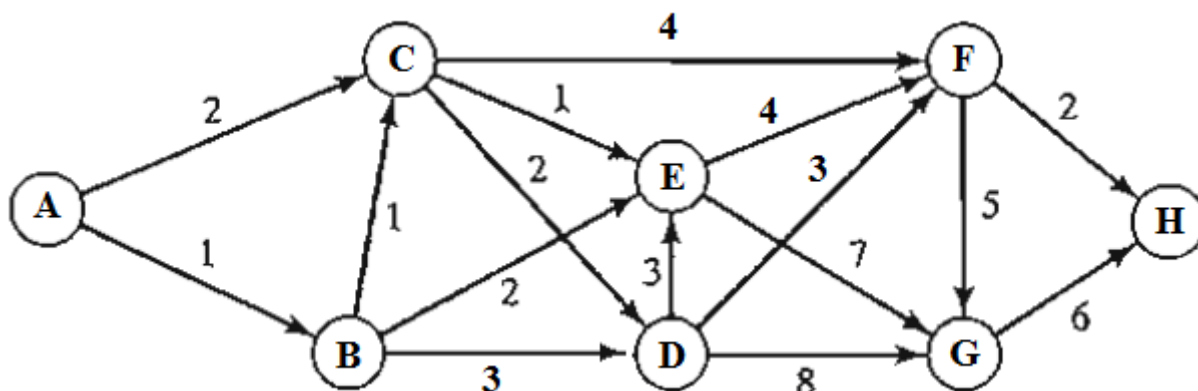


Figure 1. Graphe orienté GR

Iter	Non Visités	Visités	Cu	A	B	C	D	E	F	G	H

Cu : Sommet en cours

**Exercice 3: (modélisation)** [2 points][~12 minutes]

Une entreprise fabrique trois produits (P1, P2 et P3) et dispose de 4 machines (M1, M2, M3 et M4). Le temps de production (en minutes) par unité produite varie d'une machine à une autre, comme indiqué sur le tableau 1:

		machines			
		M1	M2	M3	M4
Produit	P1	5	7	4	10
	P2	6	12	8	15
	P3	13	14	9	17

Tableau 1. Temps de production (en minutes) par unité produite et par machine

De même, la contribution au bénéfice (en unité monétaire) varie selon la machine comme indiqué ci-dessous sur le tableau 2:

		machines			
		M1	M2	M3	M4
Produit	P1	10	8	6	9
	P2	18	20	15	17
	P3	15	16	13	17

Tableau 2. Bénéfice (en unité monétaire) par unité produite et par machine

Chaque machine peut travailler jusqu'à 35 heures par semaine.

Chaque semaine, nous avons besoin au moins de 100 unités du produit P1, 150 unités du produit P2 et 100 unités du produit P3.

On veut connaître la quantité (**nombre d'unités**) qui doit être fabriquée pour chaque produit pour optimiser le gain (bénéfice).

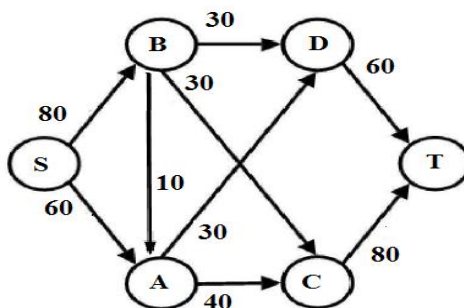
**Question:** Formuler ce problème sous forme d'un programme linéaire en expliquant la signification de chaque variable ainsi que ses éventuelles contraintes.

**Exercice 4:** [4 points][~ 18 minutes]

Soit le réseau de transport donné par le 'croquis a' et comportant sur ses arcs les capacités maximales.

1. Déterminer un flot maximal sur ce réseau de transport en utilisant les graphes sur les page(s) 3 et éventuellement 4. Notez que :

- Les tableaux dans la colonne gauche comportent les réseaux de transport, tandis que les tableaux dans la colonne droite contiennent les réseaux résiduels.
- Pour chaque étape, précisez
  - ❖  $\phi_i$  : le flot du réseau à l'étape i
  - ❖ Le chemin choisi
  - ❖  $\epsilon_i$  : la capacité résiduelle du chemin choisi.



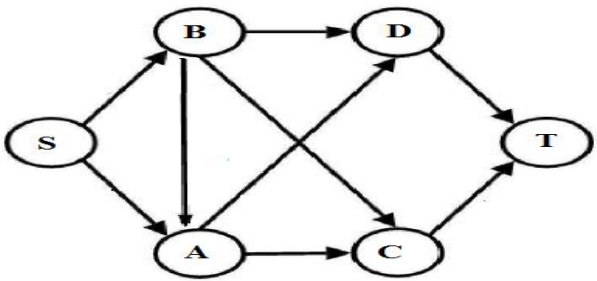
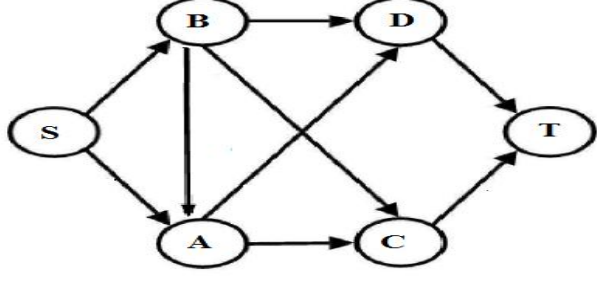
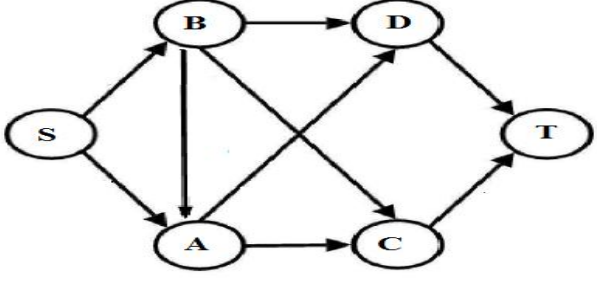
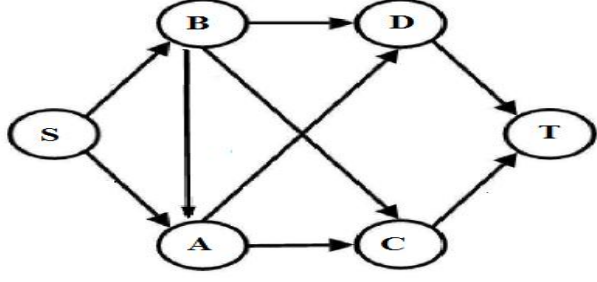
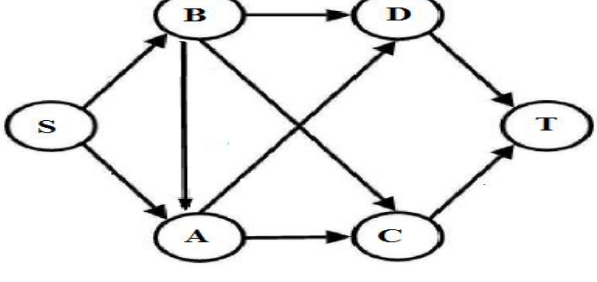
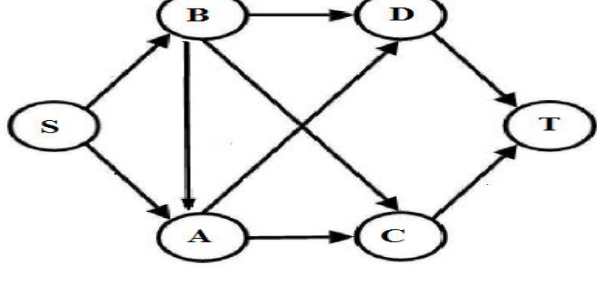
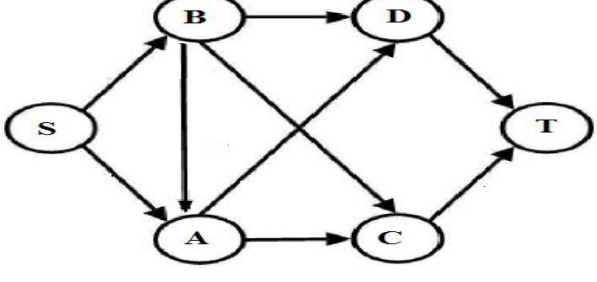
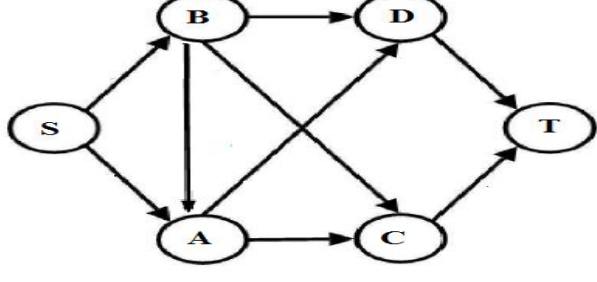
Croquis a. Réseau de transport valué par les capacités maximales.

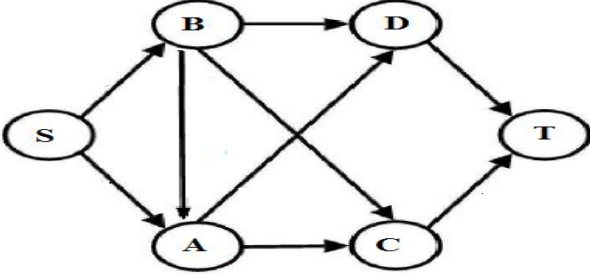
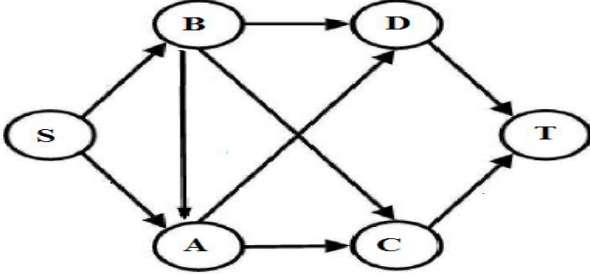
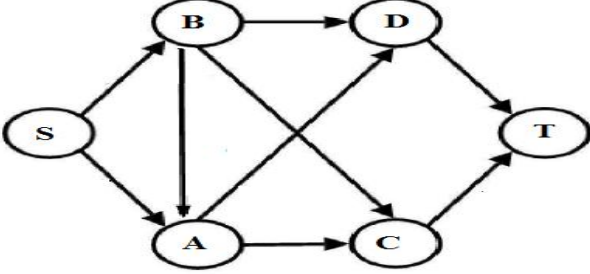
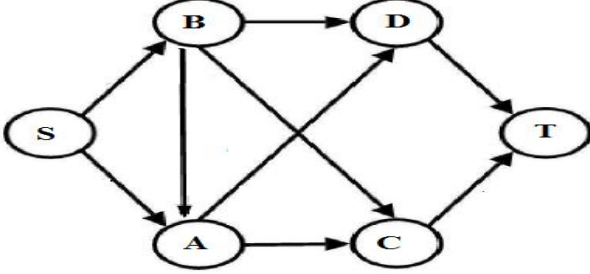
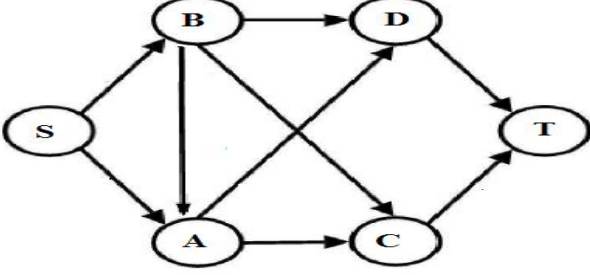
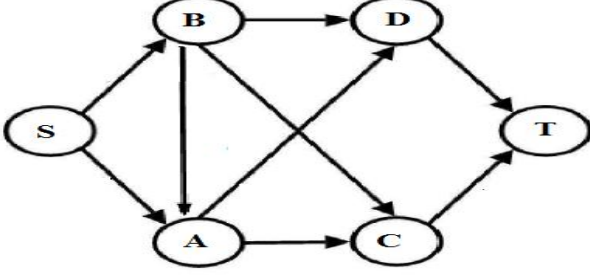
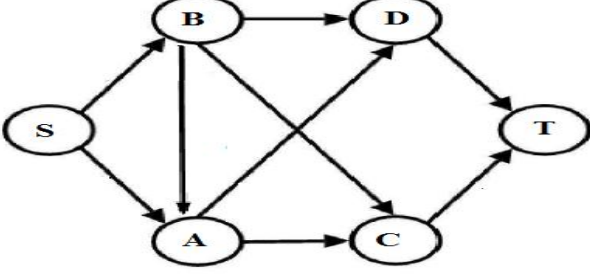
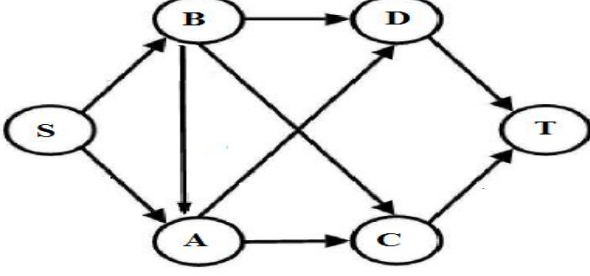
2. En déduire la valeur du flot du réseau.

CNE :

Nom :

N° Examen :

Réseaux de Transport	Réseaux résiduels
	
<b>Etape initiale.</b> $\varphi_0$ : - Chemin choisi :	- $\epsilon_0$ :
	
<b>Etape 1.</b> $\varphi_1$ : - Chemin choisi :	- $\epsilon_1$ :
	
<b>Etape 2.</b> $\varphi_2$ : - Chemin choisi :	- $\epsilon_2$ :
	
<b>Etape 3.</b> $\varphi_3$ : - Chemin choisi :	- $\epsilon_3$ :

Réseaux de Transport	Réseaux résiduels
	
<b>Etape 4.</b> $\varphi_4 :$ - Chemin choisi :	- $\epsilon_4 :$
	
<b>Etape 5.</b> $\varphi_5 :$ - Chemin choisi :	- $\epsilon_5 :$
	
<b>Etape 6.</b> $\varphi_6 :$ - Chemin choisi :	- $\epsilon_6 :$
	
<b>Etape 7.</b> $\varphi_7 :$ - Chemin choisi :	- $\epsilon_7 :$