

Série de TD N° 1
Programmation Linéaire : Modélisation

Exercice 0:

Une entreprise produit des bureaux et des chaises. La production d'un bureau requiert 4 unités de bois, et celle d'une chaise 3. La vente d'un bureau rapporte 40 unités monétaires, alors que celle d'une chaise en rapporte 25. On suppose que tout ce qui est produit est vendu. Des restrictions marketing imposent que le nombre de chaises produites soit au moins le double du nombre de bureaux produits. Si on ne dispose que de 20 unités de bois, formulez un programme linéaire qui maximise le profit de cette compagnie.

Exercice 1:

Une entreprise fabrique, sur une machine travaillant 45 h / semaine, trois produits P1, P2 et P3. Les données relatives à l'activité de cette entreprise est résumé par le tableau suivant :

	Nb Unités produites / heure	Production maximale / semaine	Profit net / unité (exprimé en UM)
P1	50	1000	4
P2	25	500	12
P3	75	1500	3

Exprimer le problème en forme de programme linéaire.

Exercice 2:

Exprimer le problème suivant en forme de programme linéaire :

On veut acheter des aliments au plus bas prix possible qui fourniront les besoins journaliers de calories (au moins 2000), protéines (30 unités) et fibre (20 unités); les aliments disponibles sont de la viande (un kilo à un prix de 5 fournit 800 calories, 10 unités de protéine et 2 de fibre), des fruits (200 cal, 6 et 4 unités à un prix de 2) et du riz (100 cal, 5 et 4 unités à un prix de 1,5).

Exercice 3 :

Un artisan joaillier se voit confier par une bijouterie le travail suivant : Il doit fabriquer des bracelets Or et Argent de deux types A et B. Les consignes de fabrication sont les suivantes:

- Chaque bracelet doit contenir 10g d'Or
- Un bracelet de type A doit en outre contenir 20g d'Argent et être décoré de 10 éclats de Diamant.

- Un bracelet de type B nécessite par ailleurs 50g d'Argent et doit être décoré de 40 éclats de Diamant

Pour cet ouvrage, le joaillier reçoit 207g d'or, 600g d'Argent et 450 éclats de Diamant. Les délais qui lui sont imposés font qu'il ne dispose que de 46 heures de travail, sachant qu'un bracelet de type A lui demande 3h de travail et un bracelet de type B en demande 2h.

Ecrire, sous forme canonique, les contraintes régissant cette production.

Exercice 4:

Jadis, un Touareg comptait gagner un peu d'or (monnaie) en investissant dans des dromadaires qu'il savait pouvoir revendre à Tombouctou. Comme sa route passe par Taoudeni, il pense aussi y acheter du sel pour tirer d'avantage de bénéfice de son voyage. Il sait qu'il pourra obtenir au terme de son voyage 10 po (pièce d'or) de bénéfice par dromadaire, et 1 pa (pièce d'argent, 1 po = 10 pa) de bénéfice par kg de sel.

Avant toute chose il faut déjà qu'il achète les dromadaires et le sel. Chaque dromadaire lui coûte 10 po, et chaque kg de sel 0,2 pa. Il peut investir 65 po.

Sachant qu'un dromadaire peut transporter jusqu'à 150 kg de sel, comment ce Touareg doit investir son pécule (épargne-économie) pour tirer le bénéfice maximal de son investissement ? Ecrire le problème sous forme d'un PL.

Exercice: modélisation (Examen 2016, [2 points][~12 minutes])

Une entreprise fabrique trois produits (P1, P2 et P3) et dispose de 4 machines (M1, M2, M3 et M4). Le temps de production (en minutes) par unité produite varie d'une machine à une autre, comme indiqué sur le tableau 1:

		machines			
		M1	M2	M3	M4
Produit	P1	5	7	4	10
	P2	6	12	8	15
	P3	13	14	9	17

Tableau 1. Temps de production (en minutes) par unité produite et par machine

De même, la contribution au bénéfice (en unité monétaire) varie selon la machine comme indiqué ci-dessous sur le tableau 2:

		machines			
		M1	M2	M3	M4
Produit	P1	10	8	6	9
	P2	18	20	15	17
	P3	15	16	13	17

Tableau 2. Bénéfice (en unité monétaire) par unité produite et par machine

Chaque machine peut travailler jusqu'à 35 heures par semaine.

Chaque semaine, nous avons besoin au moins de 100 unités du produit P1, 150 unités du produit P2 et 100 unités du produit P3.

On veut connaître la quantité (nombre d'unités) qui doit être fabriquée pour chaque produit pour optimiser le gain (bénéfice).

Question: Formuler ce problème sous forme d'un programme linéaire en expliquant la signification de chaque variable ainsi que ses éventuelles contraintes.

Exercice: (modélisation) [Examen 2015]

Le régime nutritionnel d'un sportif âgé de 25 ans devrait garantir au moins 9 unités de vitamine A et 19 unités de vitamine C par jour.

On trouve sur le marché six produits (numérotés de P1 à P6) riches en ces vitamines.

100 grammes de chacun de ces produits contient respectivement 1; 0; 2; 2; 1; 2 unités de vitamine A, ainsi que 0; 1; 3; 1; 3; 2 unités de vitamine C.

D'autre part, le prix de chacun de ces six produits est respectivement de 4; 3; 6; 5; 2; 2 unités monétaires le kilo. (Voir tableau ci-dessous).

	Richesse de 100g en vitamine A (en unité)	Richesse de 100g en vitamine C (en unité)	Prix / Kilo (en unité monétaire)
Produit P1	1	0	4
Produit P2	0	1	3
Produit P3	2	3	6
Produit P4	2	1	5
Produit P5	1	3	2
Produit P6	2	2	2

Tableau 1. Prix et richesse en vitamines A et C des produits P_1, \dots, P_6

Un sportif cherche à répondre à ses besoins journaliers tout en optimisant les dépenses.

1. Ecrire le programme linéaire qui permet de représenter le problème posé, en précisant la signification des variables choisies.

Une entreprise pharmaceutique envisage la production et la vente des unités des vitamines A et C. En supposant que le sportif consomme 9 unités de vitamine A et 19 unités de vitamine C par jour, l'entreprise cherche à fixer les prix de chaque unité de vitamine A et C pour optimiser le bénéfice de la vente d'une portion journalière nécessaire pour le sportif.

2. En se basant sur la première question, écrire le programme linéaire qui permet de représenter le problème posé.