

TD 4 : Complexité, Preuve d'Algorithme & Tas

Exercice 1: Tas et tri par tas

1. Écrire une fonction **Haut** qui calcule la hauteur d'un tas T de taille n ($n \geq 0$).
2. Écrire une fonction récursive **TMAR** qui vérifie si un tableau T de taille n, représente un tas max (retourne 1) sinon retourne 0.
3. Écrire un programme qui possède en entrée un tableau T de taille N, et utilise ces fonctions.

Exercice 2: complexité

Donnez la complexité en $O()$ des programmes suivants (Borne supérieure).

- Pour i allant de 1 à n faire
 Pour j allant de 1 à n faire
 $x \leftarrow x+3$
 FinPour
FinPour
- Pour i allant de 1 à n faire
 Pour j allant de 1 à n faire
 Pour k allant de 1 à n faire
 $x \leftarrow x+4$
 FinPour
 FinPour
FinPour
- Pour i allant de 5 à n-5 faire
 Pour j allant de i-5 à i+5 faire
 $x \leftarrow x+2$
 FinPour
FinPour
- $i \leftarrow n$
 TantQue $i > 1$ faire
 $x \leftarrow x+a$
 $i \leftarrow i/2$
 FinTantQue
- Pour i allant de 1 à n faire
 Pour j allant de 1 à i faire
 $x \leftarrow x+3$
 FinPour
FinPour
- Pour i allant de 1 à n faire
 Pour j allant de 1 à i faire
 Pour k allant de 1 à j faire
 $x \leftarrow x+4$
 FinPour
 FinPour
FinPour

Exercice 3:

On considère l'algorithme suivant :

Données : un entier naturel a et un entier b

Résultat : un entier p

$p \leftarrow 0$

$m \leftarrow 0$

Tant que $m < a$ Faire

$p \leftarrow p + b$

$m \leftarrow m + 1$

Fin Tant que

1. Donner la valeur finale de p lorsque $(a ; b) = (3 ; 5)$ et $(a ; b) = (4 ; -3)$. Que fait cet algorithme ?
2. Justifier que cet algorithme se termine. Quelle est la valeur de m à la fin de la boucle ?
3. Vérifier que « $p = mb$ » est un invariant de boucle.

Exercice 4:

On considère l'algorithme suivant :

Données : un entier naturel a et un entier naturel n

Résultat : un nombre p

variables b,m,p : Entiers

$p \leftarrow 1$

$b \leftarrow a$

$m \leftarrow n$

Tant que $m > 0$ Faire

 si m est impair alors

$p \leftarrow p*b$

 FinSi

$b \leftarrow b*b$

$m \leftarrow \text{div}(m,2)$

Fin Tant que

1. Donner la valeur finale de la variable p lorsque $(a ; n) = (3 ; 6)$ et $(a ; n) = (4 ; 5)$.
2. Justifier que l'algorithme se termine. Quelle est la valeur de m à la fin de la boucle ?
3. Vérifier que « $pb^m = a^n$ » est un invariant de boucle.